Title	可附番無限個ノ可能ナ状態ニ関スルMarkov過程III
Author(s)	吉田, 耕作
Citation	全国紙上数学談話会. 176 p.170-p.173
Issue Date	1939-03-18
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74707
rights	
Note	

777. 可附番無限個ノ可能ナ状態ニ関スル Markov 過程 III

吉田　耕作（阪大）

§7. Mean ergodic theorem トノ関係

final set (ergodic part) ハ高々可附番無限個ノ点 $y_1, y_2, \cdots\cdots$ ヨリ成リ且遷移確率 p_{ij}（点 y_i ヨリ単位時間後ニ点 y_j ニ移ル）[(1)] ハ

(1) 談話 763, §3.

$$(1)\begin{cases}\text{任意ノ } i, j \text{ ニ對シ } \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{m=1}^{n} p_{ij}^{(m)} = K_j \text{（} i \text{ ニ無關係）} \\ \text{ガ存在シ且 } K_j \text{ 全テ} > 0, \quad \sum_{j=1}^{\infty} K_j = 1.\end{cases}$$

コノ時

$\boxed{\text{定理 3}}$ $\sum_{i=1}^{\infty}\left|\xi_i\right| < +\infty$ ナル如キ任意ノ數列 $\{\xi_i\}$ ニ對シ

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\left|\sum_{i=1}^{\infty}\xi_i\frac{p_{ij}+p_{ij}^{(2)}+\cdots+p_{ij}^{(n)}}{n}-\sum_{i=1}^{\infty}\xi_i K_j\right|=0$$

ガ成立スル。即チ final set ニ於テハ mean ergodic theorem[(1)] ガ成立ツ。

$\boxed{\text{證明}}$ $q_{ij}^{(n)} = \frac{1}{n}\sum_{m=1}^{n} p_{ij}^{(m)}$ ト置ク。任意ノ有界數列 $\{m_i\}$ ニ對シテ

$$(2) \quad \sum_{j=1}^{\infty}\left(\sum_{i=1}^{\infty}\xi_i q_{ij}^{(n)}\right) m_j$$

ガ $n\to\infty$ ナル時收斂スルコトヲ證明スレバ充分デアル。何者 Banach 空間 (l) デハ弱收斂ト強收斂トハ同等デアリ又 Banach 空間 (l) ハ weakly complete ダカラ[(2)]。或ハ又弱收斂カラ, mean ergodic theorem ニヨリ,

---

(1) 談話 720

(2) S. Banach: Théorie des opérations linéaires, p. 137

強收斂ガ出ルコトヲ使ッテモヨイ。

偖，絶対收斂性カラ(2)ハ

$$\sum_{i=1}^{\infty}\xi_i\left(\sum_{j=1}^{\infty}q_{ij}^{(n)}m_j\right)$$

ト書ケル。 $\lim\limits_{n\to\infty} q_{ij}^{(n)}=K_j>0,\ \sum\limits_{j=1}^{\infty}K_j=1$ ニヨリ，$\{m_j\}$ ノ

有界ナコトヲ用ヒ

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{j=1}^{\infty}q_{ij}^{(n)}m_j=\sum_{j=1}^{\infty}\left(\lim_{n\to\infty}q_{ij}^{(n)}\right)m_j=\sum_{j=1}^{\infty}K_jm_j.$$

又 $\sum\limits_{i=1}^{\infty}|\xi_i|<+\infty$ ニヨリ

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{\infty}\xi_i\left(\sum_{j=1}^{\infty}q_{ij}^{(n)}m_j\right)=\sum_{i=1}^{\infty}\xi_i\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{j=1}^{\infty}q_{ij}^{(n)}m_j\right)$$

—— 以上 ——

(注意) Banach空間 (l) ガ locally weakly compact デナイタメニ可附番無限個ノ可能ナ状態ニ関スル Markov 過程ニハ mean ergodic theorem ガ使ヘナカッタ。此ノタメニ筆者談話763或ハ角谷氏談話773ノ如キ方法ヲトラザルヲ得ナカッタ。

上ノ定理3ヲ氣付イテミルト，斯ル Markov 過程ノカラクリガ大分ハッキリシテ来タ様デス。即チ斯ル Markov 過程ハ mean ergodic theorem' apply スル部分 (ergodic part) ガ一般ニ可附番個及ビ dissipative part ニ分レル[1]訳デアリマス。

(1) 筆者談話763

Banach space (l) ハ一般ニ$(-\infty, +\infty)$デ可積分ナ函数ノ作ルBanach space $L(-\infty, +\infty)$ト相似タモノデアルカラ，次ニハ$L(-\infty, +\infty)$ニ於ケルMarkov過程ヲ論ジナケレバナラナイ。[1]

---

(1) $L(0,1)$デノMarkov過程ハ筆者談話746ヲミラレタイ。